21 **a** Voer in $y_1 = \dfrac{5x+6}{\sqrt{2x+9}}$.

l: $y = ax + b$ met $a = \left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=-4} = 19$

$$\left.\begin{array}{l} y = 19x + b \\ x = -4 \text{ geeft } y = -14\text{, dus } A(-4, -14) \end{array}\right\} \begin{array}{l} 19 \cdot -4 + b = -14 \\ -76 + b = -14 \\ b = 62 \end{array}$$

Dus l: $y = 19x + 62$.

b B ligt op de y-as, dus $x_B = 0$.

k: $y = ax + b$ met $a = \left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=0} \approx 1{,}44$

$$\left.\begin{array}{l} y = 1{,}44x + b \\ x = 0 \text{ geeft } y = 2\text{, dus } B(0, 2) \end{array}\right\} \text{Dus } k\text{: } y = 1{,}44x + 2$$

c m: $y = ax + b$ met $a = \left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=8} = 0{,}632$

$$\left.\begin{array}{l} y = 0{,}632x + b \\ x = 8 \text{ geeft } y = 9{,}2\text{, dus } C(8; 9{,}2) \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}632 \cdot 8 + b = 9{,}2 \\ 5{,}056 + b = 9{,}2 \\ b = 4{,}144 \end{array}$$

Dus m: $y = 0{,}632x + 4{,}144$.

m snijden met de x-as geeft $0{,}632 + 4{,}144 = 0$

$0{,}632x = -4{,}144$

$x \approx -6{,}56$

© Noordhoff Uitgevers bv

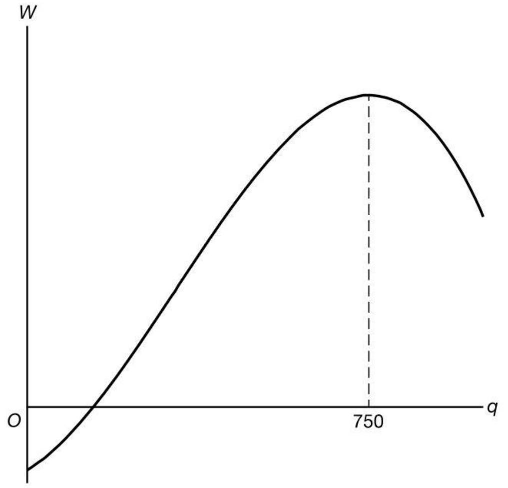
22 **a** $W(q) = -0{,}0001q^3 + 0{,}0975q^2 + 22{,}5q - 5000$ geeft $W'(q) = -0{,}0003q^2 + 0{,}195q + 22{,}5$

$W'(q) = 0$ geeft $-0{,}0003q^2 + 0{,}195q + 22{,}5 = 0$

$q^2 - 650q - 75\,000 = 0$

$(q + 100)(q - 750) = 0$

$q = -100 \vee q = 750$



Uit de schets volgt dat W maximaal is voor $q = 750$.

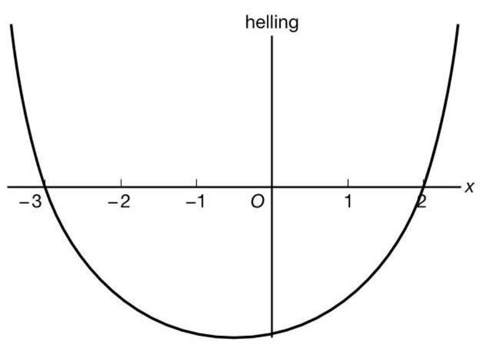
$W_{max} = W(750) = 24\,531{,}25$, dus de maximale winst is 24 531,25 euro.

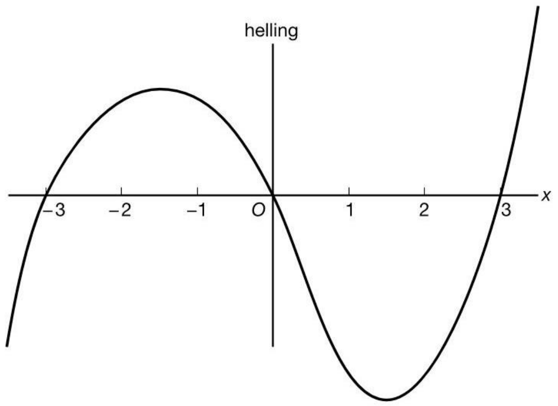
b $W'(300) = -0{,}0003 \cdot 300^2 + 0{,}195 \cdot 300 + 22{,}5 = 54$

$W'(400) = -0{,}0003 \cdot 400^2 + 0{,}195 \cdot 400 + 22{,}5 = 52{,}5$

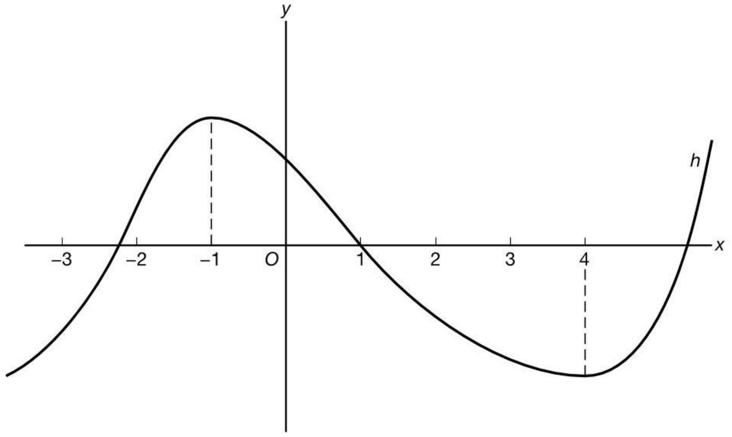
Omdat 54 > 52,5 stijgt de winst bij een productie van 300 stuks sneller dan bij een productie van 400 stuks.

23 **a**





b



24 **a** $f(x) = 0$ geeft $(x^2 - 9)(x - 1) = 0$

$$x^2 - 9 = 0 \vee x - 1 = 0$$
$$x^2 = 9 \vee x = 1$$
$$x = 3 \vee x = -3 \vee x = 1$$

Dus $P(-3, 0)$, $Q(1, 0)$ en $R(3, 0)$.

$f(x) = (x^2 - 9)(x - 1) = x^3 - x^2 - 9x + 9$ geeft $f'(x) = 3x^2 - 2x - 9$

De helling in P is $f'(-3) = 3 \cdot (-3)^2 - 2 \cdot -3 - 9 = 24$.

De helling in R is $f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 - 9 = 12$.

Dus de helling in P is niet gelijk aan de helling in Q.

b Stel k: $y = ax + b$ met $a = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 - 9 = -1$.

$$\left.\begin{array}{l} y = -x + b \\ f(2) = -5, \text{ dus } A(2, -5) \end{array}\right\} \begin{array}{l} -2 + b = -5 \\ b = -3 \end{array}$$

Dus k: $y = -x - 3$.

c B ligt op de y-as, dus $x_B = 0$.

Stel m: $y = ax + b$ met $a = f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 - 9 = -9$.

$$\left.\begin{array}{l} y = -9x + b \\ f(0) = 9, \text{ dus } B(0, 9) \end{array}\right\} \text{Dus } m\text{: } y = -9x + 9$$

d De rc van de raaklijn in C is $f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot -1 - 9 = -4$.

Bij horizontale raaklijn is rc = 0, dus in C is de raaklijn niet horizontaal.

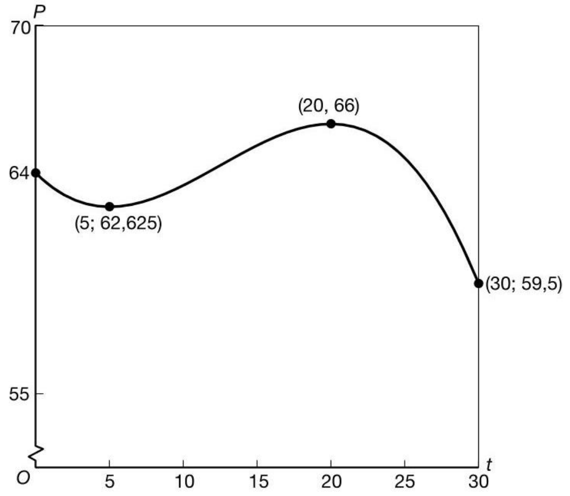
e $A(2, -5)$ en $C(-1, 16)$

l: $y = ax + b$ met $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{16 - -5}{-1 - 2} = -7$

$$\left.\begin{array}{l} y = -7x + b \\ A(2, -5) \end{array}\right\} \begin{array}{l} -7 \cdot 2 + b = -5 \\ -14 + b = -5 \\ b = 9 \end{array}$$

Dus l: $y = -7x + 9$.

25 **a** Voer in $y_1 = -0{,}002x^3 + 0{,}075x^2 - 0{,}6x + 64$.
Neem Xmin = 0 en Xmax = 30.
Schets (met de coördinaten van de toppen en de randpunten, zie vraag b).



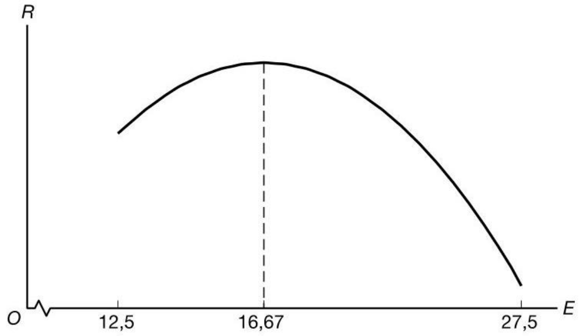
b $P(t) = -0{,}002t^3 + 0{,}075t^2 - 0{,}6t + 64$ geeft
$P'(t) = -0{,}006t^2 + 0{,}15t - 0{,}6$
$P(t) = 0$ geeft $-0{,}006t^2 + 0{,}15t - 0{,}6 = 0$
$t^2 - 25t + 100 = 0$
$(t-5)(t-20) = 0$
$t = 5 \vee t = 20$
$t = 5$ geeft $P = 62{,}625$
$t = 20$ geeft $P = 66$
Dus de toppen zijn (5; 62,625) en (20, 66).
Randpunten: $t = 0$ geeft $P = 64$ en $t = 30$ geeft $P = 59{,}5$ dus (0, 64) en (30; 59,5).

c Kopen op 5 juni en verkopen op 20 juni geeft de maximale winst van 66 – 62,625 = 3,375 euro.

Bladzijde 240

26 **a** $E = 22{,}50$ geeft $T = 273{,}4375$, dus het aantal toeschouwers is 273.
De opbrengst is $273 \cdot 22{,}50 = 6142{,}50$.

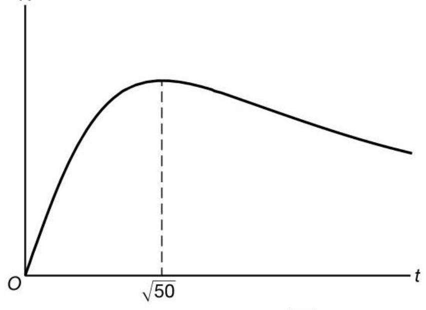
b $R = T \cdot E = (-1{,}25E^2 + 12{,}5E + 625) \cdot E = -1{,}25E^3 + 12{,}5E^2 + 625E$
$\frac{dR}{dE} = -3{,}75E^2 + 25E + 625$
$\frac{dR}{dE} = 0$ geeft $-3{,}75E^2 + 25E + 625 = 0$
Voer in $y_1 = -3{,}75x^2 + 25x + 625$.
De optie zero (of ROOT) geeft $x \approx 16{,}67$.
Uit de schets van de grafiek van R volgt dat R maximaal is voor $E = 16{,}67$.
$R_{max} \approx 8102$
De entreeprijs bij maximale opbrengst is ongeveer € 16,70. De maximale opbrengst is € 8102,-.



c $E = 22{,}50$ geeft $T \approx 273$, dus $K = 100 + 50\sqrt{2 \cdot 273} \approx 2168$ euro en $R = 6142{,}50$ euro.
De winst W is $6142{,}50 - 2168 \approx 3974$ euro.

d $E = 20$ geeft $T = 375$, dus $R = 375 \cdot 20 = 7500$ euro,
$K = 1000 + 50\sqrt{2 \cdot 375} \approx 2369$ euro en $W = 7500 - 2369 = 5131$ euro.
$E = 22$ geeft $T = 295$, dus $R = 295 \cdot 22 = 6490$ euro,
$K = 1000 + 50\sqrt{2 \cdot 295} \approx 2214$ euro en $W = 6490 - 2214 = 4276$ euro.
$\frac{4276 - 5131}{5131} \times 100\% \approx -16{,}7\%$
De winst neemt af met 16,7%.

27 **a** $\frac{dN}{dt} = \frac{(50 + t^2) \cdot 45\,000 - 45\,000t \cdot 2t}{(50 + t^2)^2} = \frac{2\,250\,000 + 45\,000t^2 - 90\,000t^2}{(50 + t^2)} = \frac{-45\,000t^2 + 2\,250\,000}{(50 + t^2)^2}$
$\frac{dN}{dt} = 0$ geeft $-45\,000t^2 + 2\,250\,000 = 0$
$-45\,000t^2 = -2\,250\,000$
$t^2 = 50$
$t = \sqrt{50}$

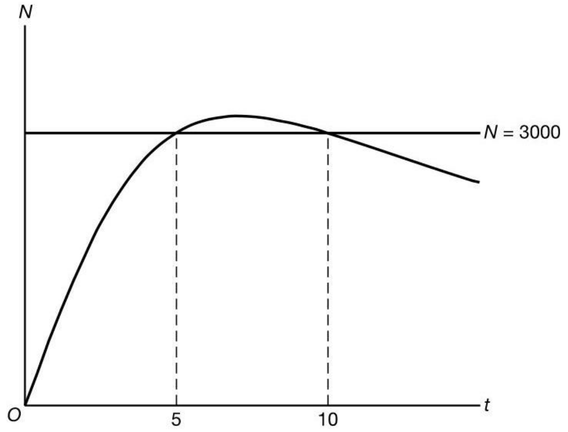


N is maximaal voor $t = \sqrt{50}$.
$N_{max} = 3182$.
Het maximale aantal bacteriën is 3182.

b De tiende week is van $t = 9$ tot $t = 10$.
$t = 9$ geeft $N \approx 3092$
$t = 10$ geeft $N = 3000$
Dat is een afname met $\frac{92}{3092} \times 100\% \approx 3{,}0\%$.

c $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=10} = \frac{-45\,000 \cdot 10^2 + 2\,250\,000}{(50 + 10^2)^2} = -100$, dus op $t = 10$ neemt het aantal bacteriën af met 100 per week.

d Voer in $y_1 = \frac{45\,000x}{50 + x^2}$ en $y_2 = 3000$.

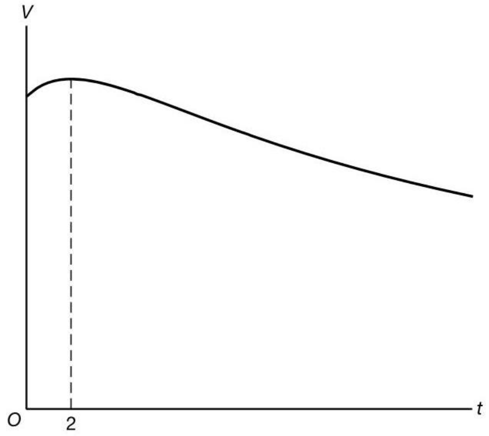


Intersect geeft $x = 5$ en $x = 10$, dus gedurende 5 weken is $N > 3000$, dat is gedurende 35 dagen.

28 **a** $t = 0$ geeft $V \approx 54{,}9$
Dus de verkoop was ongeveer 55 stuks per maand.

b $$\frac{dV}{dt} = \frac{(t^2 + 16t + 64) \cdot 1000 - (1000t + 3000)(2t + 16)}{(t^2 + 16t + 64)^2}$$
$$= \frac{1000t^2 + 16\,000t + 64\,000 - 2000t^2 - 16\,000t - 6000t - 48\,000}{(t^2 + 16t + 64)^2}$$
$$= \frac{-1000t^2 - 6000t + 16\,000}{(t^2 + 16t + 64)^2}$$
$\left[\frac{dV}{dt}\right]_{t=0} = \frac{16\,000}{64^2} \approx 3{,}9 > 0$, dus op $t = 0$ stijgt de verkoop nog.

c $\frac{dV}{dt} = 0$ geeft $-1000t^2 - 6000t + 16\,000 = 0$
$t^2 + 6t - 16 = 0$
$(t + 8)(t - 2) = 0$
$t = -8 \vee t = 2$



V is maximaal voor $t = 2$, dus na 2 maanden gaat de omzet dalen.

d $V(10\,000) \approx 8{,}10$
$V(50\,000) \approx 8{,}02$
$V(100\,000) \approx 8{,}01$
Dus op den duur is de verkoop 8 stuks per maand.

Bladzijde 241

29 **a** $y = 5\sqrt{x^2+36} - 20 - 4x$ geeft $\frac{dy}{dx} = 5 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+36}} \cdot 2x - 4 = \frac{5x}{\sqrt{x^2+36}} - 4$

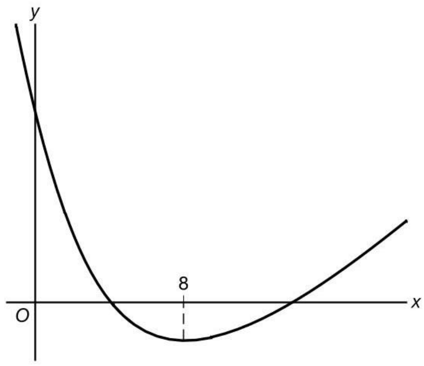
b $x = 0$ geeft $y = 5\sqrt{36} - 20 - 0 = 30 - 20 = 10$

Stel k: $y = ax + b$ met $a = f'(0) = \frac{0}{\sqrt{36}} - 4 = -4$.
$y = -4x + b$
door (0, 10), dus $b = 10$
Dus k: $y = -4x + 10$.

c $\frac{dy}{dx} = 0$ geeft $\frac{5x}{\sqrt{x^2+36}} - 4 = 0$

$\frac{5x}{\sqrt{x^2+36}} = 4$

$5x = 4\sqrt{x^2+36}$
$25x^2 = 16(x^2+36)$
$25x^2 = 16x^2 + 576$
$9x^2 = 576$
$x^2 = 64$
$x = 8 \lor x = -8$
voldoet voldoet niet



Uit de schets volgt y minimaal is voor $x = 8$.
$x = 8$ geeft $y = -2$, dus het minimum van y is -2.